

ΓΝΩΜΑΙ ΣΟΦΩΝ.

γλώσσης ἐν τῇ μέσῃ παιδεύσει, κατ' ἀκολουθίαν διαταγῆς τοῦ ἐπὶ τῆς δημοσίας παιδεύσεως ὑπουργοῦ, περιορίζοντος αὐτήν. Ἄρτι σοφὸς καθηγητὴς τοῦ ἐν Κρακοβίᾳ γυμνασίου, ὁ Dr Johann Molin, προσέβη περαιτέρω ἀποφινόμενος γνώμην ἐν ὑπομνήματι αὐτοῦ, ὅπως ἐν τῷ γυμνασίῳ ἡ μὲν ἑλληνικὴ καταστῆ προαιρετικὴ, ἄρχεται δὲ ἀπὸ τῆς 3ης τάξεως, ἡ δὲ λατινικὴ διατηρηθῇ μὲν ὡς ὑποχρεωτικὴ, περιορισθῇ ὅμως ἐπίσης. Τὰ τοιαῦτα ὅμως, ἀπὸ τοῦ Κομενίου ἔτι, πολλάκις ἐγράφησαν, ἀλλ' ἡ ἀνάγκη τῆς διδασκαλίας τῆς ἑλληνικῆς γλώσσης ἀνεγνωρίσθη ὑπὸ τῆς πλειοψηφίας, ἐκύρωσεν δ' αὐτήν, τὸ πέρυσιν συνελθὼν τῇ προσκλήσει τοῦ αὐτοκράτορος τῆς Γερμανίας συνέδριον σοφῶν. Οἱ θέλοντες ἀνθρώπους νὰ καταςτήσωσι διὰ μόνων τῶν ἑλληνικῶν γραμμάτων ἐπιτυχάνουσι τούτου.

— Ἡ Διεθνὴς ἐπιθεώρησις τῆς ἀνωτέρας καὶ μέσης παιδείσεως, τὸ κράτιστον τῶν ἐν Γαλλίᾳ ἐκδιδομένων περὶ παιδείσεως περιοδικῶν συγγραμμάτων, ἐποιήσατο ἐν τῷ τελευταίῳ αὐτῆς τεύχει σύγκρισιν νέου πανεπιστημίου ἑναγχοῦ ἀποπερατωθέντος ἐν Βιέννῃ πρὸς τὴν ἀνοικοδομουμένην Σορβόνην ὑπὸ τε τὴν ἔσπιν τῆς ἐκτάσεως καὶ ὑπὸ τὴν ἔσπιν τῶν δαπανῶν. Τὸ σχέδιον τοῦ βιενναίου πανεπιστημίου ἐγένετο τῷ 1871 ὑπὸ τοῦ ἀρχιτέκτονος Ferstel. Ἡ οἰκοδομὴ ἤρξατο τῷ 1873, ἀποπερατώθη δὲ τὸ 1883. Παρατηρήθη ὅτι κατὰ σύμπτωσιν παράδοξον, ἐὰν αὕτη προσήλθεν ἐκ τύχης, τὸ σχέδιον τοῦ νέου οἰκοδομήματος παρουσιάζει πολλὰς ὁμοιότητας πρὸς τὸ τοῦ ἀρχαίου πανεπιστημίου, ὅπερ ἤγειρε τῷ 1375 ὁ δούξ Ροδόλφος τῆς Αὐστρίας. Τὸ νέον πανεπιστήμιον ἔχει αἰθούσαν τελετῶν (aula) δυναμένην νὰ περιλάβῃ 1000 ἄτομα, βιβλιοθήκην ἐν ἣ δύνανται νὰ τοποθετηθῶσι 500,000 τόμοι καὶ ἐργασθῶσι 400 ἀναγνώσται, 46 παραδόσεις καὶ πλείστας ἄλλας αἰθούσας, χρησιμεύουσας ἐν τῇ διδασκαλίᾳ.

— Τὸ ἐν Παρισίοις ἐκδιδομένον «Bulletin Critique» τοῦ Abbé Duchesne, ἐν τῷ τελευταίῳ αὐτοῦ τεύχει τῆς 1ης ὁκτωβρίου, δημοσιεύει εὐνοϊκὴν κρίσιν ὑπὲρ νέου συγγράμματος τοῦ κ. Παύλου Girard, γραμματέως τοῦ ἐν Παρισίοις πρὸς ἐνίσχυσιν τῶν ἑλληνικῶν σπουδῶν ἐν Γαλλίᾳ Συλλόγου, ἐπιγραφομένου la peinture antique (Paris 1892, Quentini).

— Ἐν τῷ περιοδικῷ συγγράμματι τῆς ἀκαδημείας τοῦ Καναδᾶ (The Canadian Institute) τοῦ μηνὸς ἀπριλίου ἐδημοσιεύθη ἐκτενὴς μελέτη περὶ τῶν κελτικῶν, ρωμαϊκῶν καὶ ἑλληνικῶν τύπων (Celtic Roman and Greek types).

— Ἐπὶ τῇ τετρακοσιετηρίδι τῆς ἀνακαλύψεως τῆς Ἀμερικῆς αἱ περὶ Κολόμβου δημοσιεύσεις διαδέχονται ἀλλήλας. Πλὴν τοῦ τόμου, ὃν ἡ δούκισσα d'Albe, πρεσβυτέρα θυγάτηρ τοῦ δούκως Fernan-Nunez, διπλωμάτου, ἐδημοσίευσεν ἄρτι, ἐπιγραφομένου. «Αὐτόγραφα τοῦ Κολόμβου» (Autografos de Cristobal Colon y papeles de America. Madrid 1892), προερχόμενα ἐκ τῶν ἀρχείων τοῦ ἐαυτῆς οἴκου d'Albe, καὶ οὐ ἀνάλυσιν κατεχωρίσθη ἐν τῇ «Ἐφημερίδι τῶν Συζητήσεων» τῆς 30 Σεπτεμβρίου καὶ ἄλλῃ ἀγγέλλεται τοῦ αὐτοῦ περιεχομένου δημοσιεύσεως ἐν Ἰσπανίᾳ ὑπὸ Ἰσπανοῦ ἱστορικοῦ, τοῦ D. Jose Maria Asensio, πρωτάνεως τῆς Real, Academie τῆς Βαρκελώνης, ἐπιγραφομένης Cristobal Colon, su vida, sus viajes, -sus descubrimientos. Ἀνάλυσιν αὐτῆς ἐδημοσιεύθη ἐν τῷ Bulletin Critique τοῦ Duchesne.

— Ὁ Ἀλέξανδρος Δουμάς υἱὸς ἐδημοσίευσεν ἄρτι ἐν ἐνὶ τόμῳ τρία τῶν δραμάτων αὐτοῦ, τὸν «Princesse de Bagdad», τὴν «Denise» καὶ τὴν «Etrangere» μετὰ προλεγόμενων.

— Ὡνομάσθη ἐν Ἀθήναις ἡ ἐπὶ τοῦ Φιλαδελφείου ποιητικῷ ἀγῶνος ἐπιτροπὴ. Ἐν τῷ ἀγῶνι ὑπεβλήθησαν 40 ποιήματα.

— Ἐν τῷ τεύχει τῆς 1ης ὁκτωβρίου τῆς «Ἐπιστημονικῆς Ἐπιθεωρήσεως» τῶν Παρισίων ἐδημοσιεύθη περιτπούδαςτος πραγματεία «περὶ τοῦ τρόπου καθ' ὃν οἱ λαοὶ μεταβάλλουσι τὸν πολιτισμὸν καὶ τὰς τέχνας αὐτῶν», ἐν ἣ λόγος γίγνεται καὶ περὶ τοῦ πολιτισμοῦ καὶ τῶν τεχνῶν παρὰ τοῖς ἀρχαίοις Ἑλλήσιν, ἀλλὰ περὶ τούτου ἐν τῷ ἐπομένῳ φύλλῳ.

— Ἡ «Bevista Financiera Mexicana» ἀγγέλλει τὴν ἀνακάτωψιν ἐν Μεξικῷ ἀποθήκης ὄνυχος (onyx) ὠραιοτάτου τήν τε ποιότητα καὶ τὸ χρῶμα.

Ἐν κοινωνίᾳ ἡ ἐκρίζωσις τῶν μεγάλων καταχεύσεων εἶναι εὐχερεστέρα τῆς διορθώσεως τῶν μικρῶν.

E. RENAN.

Οἱ ὑποδηματοκαθαρισταὶ δὲν περιμένουσι νὰ τείνῃ τις αὐτοῖς τὴν χεῖρα. Ἀρκοῦνται εἰς τὸ νὰ τείνωμεν αὐτοῖς τὸν πόδα.

BELLEBOHNE.

Ἡ μουσικὴ εἶναι ἀριθμητικὴ τῆς ψυχῆς, ἥς ἡ ἀριθμητικὴ δὲν ἀκούεται.

LEIBNITZ.

Ἡ ἀλήθεια εἶναι ἐν τῷ βίῳ τούτῳ ἐντολὴ καὶ συμβουλὴ· ἐν τῷ μέλλοντι δὲ ἔσται μαρτυρία καὶ κρίσις.

Ὁ ἀδελφὸς X.

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ.

Ἐκ τῆς ἐν τῷ Dictionnaire des Antiquités Grecques et Romaines ὑπὸ τὸν τίτλον Ἀριθμητικὴ μελέτης τοῦ Ch.-Em. Ruelle ἀποσπώμεν τὰ ἐξῆς χρήσιμα.

Παρὰ τοῖς Ἑλλήσιν οἱ ἀριθμοὶ εἶχον τὰ ἐξῆς ὀνόματα· μονάς, δεκάς, ἐκατοστύς, χιλιάς καὶ χιλιοστύς, μυριάς. Τούτοις μεγαλειτέροις τῆς μυριάδος ἀριθμοὺς ἐμέτρων διὰ δεκάδων τῶν μυριάδων, ἐκατοστών τῶν μυριάδων, χιλιάδων τῶν μυριάδων, καὶ μυριάδων τῶν μυριάδων (= ἑκατοντάδων ἑκατομμυρίων)· τὸ δισεκατομμύριον ἐκαλεῖτο δέκα μυριάδες τῶν μυριάδων, καὶ δέκα τρισεκατομμύρια ἡ δέκα χιλιάδες δισεκατομμυρίων ἐκαλοῦντο μυριάς τῶν μυριάδων τῶν μυριάδων. Ἀπολλώνιος δ' ἐκ Περγᾶμου ἐκάλει τὴν μυριάδα τῶν μυριάδων συντομώτερον διπλήν μυριάδα καὶ παρίστα αὐτὴν διὰ δύο μ'· ἐπίσης τὴν μυριάδα τῶν μυριάδων τῶν μυριάδων ἐκάλει τριπλήν μυριάδα, ὡς σήμερον δίδομεν εἰς τὰ τετράγωνα τὸν ἐκθέτην 2, εἰς τοὺς κύβους τὸν ἐκθέτην 3, κτλ. Κατὰ ταῦτα ἀπὸ τῆς μονάδος μέχρι τῆς μυριάδος ὁ ἀριθμὸς δύναται νὰ ἔχῃ τέσσαρα ψηφία, ἀπὸ δὲ τῆς μυριάδος μέχρι τῆς διπλῆς μυριάδος ἕτερα τέσσαρα. Ἡ σειρὰ αὕτη τῶν τεσσάρων ψηφίων ἡ ἡ τετρας ἀπετέλει ὅ,τι ἡ νεωτέρα ἀριθμητικὴ καλεῖ κλάσιν ἢ σύμπλεγμα, μετὰ τὴν διαφορὰν ὅτι ἐν τῇ νεωτέρᾳ ἀριθμῆται τὸ σύμπλεγμα ἀποτελεῖται ἐκ τριῶν μόνων ψηφίων.

Ἀντὶ τῶν συμβόλων 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Οἱ Ἕλληνες μετεχειρίζοντο

πρὸς παράστασιν μὲν τῶν

μονάδων, τὰ γράμματα α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ

πρὸς τὴν τῶν δεκάδων, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

τὰ γράμματα ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ϙ

καὶ πρὸς τὴν τῶν ἑκατον-

τάδων, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900

τὰ γράμματα ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, Ϟ

Τὰ ἐννέα πρῶτα σύμβολα ἐλάμβανον εἰδὸς τι ὑπογεγραμμένου ἰσώτα, τιθέμενον ὀλίγον πρὸς τὰ ἀριστερὰ πρὸς παράστασιν τῶν ἀριθμῶν 1000, 2000, 3000, κτλ. Τὸν ἀριθμὸν μυριάς ἐξέφραζον δι' ἐνὸς M, ἄνωθεν τοῦ ὁποίου συνηθέστατα ἔβητον ἐν α· οὕτως α̅ M, ὁ ἀριθμὸς 20000 (ἡ δύο μυριάδες) παρίστατο διὰ τοῦ α̅ M, ὁ 30000 διὰ τοῦ β̅ M καὶ οὕτω.

καθεξῆς μέχρι τῆς 9999^α μυριάδος (ἤτοι τοῦ ἀριθμοῦ 99 990 000), ἣτις ἐγράφετο $\theta \infty \Phi \theta$. Τινὲς τῶν συγγραφέων ἀντὶ Μ, ἀρχικοῦ γράμματος τῆς μυριάδος, ἐσημείουν τὰ δύο πρῶτα γράμματα τῆς αὐτῆς λέξεως Μυ. Τοιοῦτοι μεταξὺ ἄλλων εἶνε ὁ Διόφαντος καὶ ὁ Πάππος. Οἱ αὐτοὶ συγγραφεῖς, προκειμένου περὶ ἀριθμῶν μεγαλειτέρων τοῦ 10000, θέτουσι τελείαν μεταξὺ τῶν μονάδων τῶν μυριάδων καὶ τῶν μονάδων τῶν ἀμέσως κατωτέρων τάξεων. Οὕτω δ το β. $\eta \Phi \zeta$ παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν 4372 μυριάδες 8097 μονάδες, ἤτοι τὸν 43728097.

Οἱ Ἕλληνες ἀνεπλήρουν τὰ τυχὸν ἐλλείποντα ψηφία τᾶς εὐς τινος ἐνίοτε διὰ τινος καθεύτου γραμμῆς· οὕτω Μ | Φ η παριστᾷ τὸν ἀριθμὸν 10098, ἡ διὰ τῆς λέξεως οὐ δέν, ὡς ὁ Θέων, ἡ καὶ δι' ἀπλῆς τελείας, ὡς ὁ Πτολεμαῖος.

Ὁ Delambre συγκεντρῶν ἐν δυσὶ λέξεσι τὴν ἀριθμητικὴν τῶν Ἑλλήνων, παρκτηρῶν ὅτι ἡ παράστασις τῶν ἀριθμῶν ἐν αὐτῇ ὁμοιάζει πρὸς τὴν παρ' ἡμῶν ἐν χρήσει πρὸς σημείωσιν τῶν συμμιγῶν ἀριθμῶν. Δι-καίως δὲ προσέθετεν ὅτι οἱ συμμιγεῖς ἐκεῖνων ἀριθμοὶ εἶχον τὸ ἐπὶ τῶν ἡμετέρων πλεονέκτημα τοῦ σταθεροῦ τῆς κλίμακος, ἣτις ἦτο ὁλόκληρος ἀκαδικὴ ἢ ὁλόκληρος ἐξαδική.

Τὰς ἀριθμητικὰς πράξεις ἐξετέλουν οἱ Ἕλληνες ἐκ τῶν ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ. Εἶχον δέ, ὅπως καὶ σήμερον, τέσσαρας πράξεις, τὴν πρόσ-θεσιν (καὶ σύνθεσιν, πρόσταξιν), τὴν ἀφαίρεσιν, τὸν πολλαπλασιασμόν (καὶ πολλαπλασίωσιν) καὶ τὴν διαίρεσιν (καὶ παράβολήν). Τούς ὅρους τοῦ γινομένου ἐκάλουν τὰ πλεῦρὰ καὶ τὸ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ προκύπτον τὸ γένόμενον· τὸ διαίρειν ἐκάλουν καὶ μερίζειν, μετρεῖν, τὸ δὲ διαιρεῖν εἰς δύο, δίχα σχίζειν.

Διήρουν τὰς ἀναλογίας εἰς ἀριθμητικὰς ἢ κατὰ διαφοράν, εἰς γεωμετρικὰς ἢ κατὰ πηλίκον καὶ εἰς ἀρμονικὰς, ἐν αἷς ἡ ὑπεροχὴ τοῦ πρώτου ὅρου ἀπὸ τοῦ πρώτου μέσου εἶχε τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ δευτέρου ἀπὸ τοῦ δευτέρου μέσου, ὅν καὶ ὁ πρῶτος ὅρος πρὸς τὸν τέταρτον.

Διέκρινον μεσότητά ἀριθμητικὴν (οἷον 1 : 2 :: 2 : 3), μεσότητά γεωμετρικὴν (οἷον 2 : 4 :: 4 : 8) καὶ μεσότητά ἀρμονικὴν δ ($= 8 - \frac{6}{3}$) : 8 :: 8 : 12 ($= 8 + \frac{12}{3}$), ἐν ἣ ὁ μέσος ὑπερβαίνει τὸν πρῶτον ἄκρον καὶ λείπεται τοῦ τελευταίου καθ' ὅρισμένον πολλαπλάσιον τῆς αὐτῆς κλασματικῆς μονάδος, ἣτις ἐν τῷ ἀνωτέρῳ παραδείγματι εἶνε τὸ $\frac{1}{4}$, ἡ, κατὰ τὴν ἀλγεβρικὴν γλῶσσαν, μεσότης ἐν ἣ δεδομένης τῆς ἀναλογίας $A : B :: B : \Gamma$, ἔχομεν $B = A + \frac{A}{\gamma} = \Gamma - \frac{\Gamma}{\gamma}$.

Εἰς τὰς τρεῖς ταύτας μεσότητας, ἀς ὁ Ἰάμβλιχος ἀποδίδει εἰς τὸν Πυθαγόραν καὶ τοὺς μαθητὰς αὐτοῦ, Εὐδόξος ὁ Κνίδιος, σύγχρονος τοῦ Πλάτωνος, καὶ οἱ μαθηματικοὶ τῆς αὐτῆς ἐποχῆς, προσέθεσαν καὶ ἄλλας τρεῖς, ὧν τὰς λεπτομερείας ἐξέθεκεν ὁ Nesselmann μετὰ τῶν τῶν τεσσάρων ἄλλων ὕστερον εὐρεθεῖσιν.

Ἡ ποικιλία αὐτῆς τῶν ἀριθμητικῶν μεσότητων ἐχρησιμοποιεῖτο κυρίως πρὸς ὁρισμὸν τῶν λόγων τῶν ἔχων εἰς τὴν μαθηματικὴν μουσικὴν.

Οἱ Ἕλληνες ὑπελόγιζον τὸ τετράγωνον τῶν ἀριθμῶν καὶ τοῦτο ἐκά-λουν τετραγωνίζειν καὶ τὸν κύβον αὐτῶν καὶ τοῦτο ἐκάλουν κυβίζειν. Τὴν τετραγωνικὴν ῥίζαν¹ πιθανῶς ὑπελόγιζον διὰ τῆς αὐτῆς καὶ σήμερον ἐν χρήσει μεθόδου.

Τὰ ὀνόματα τῶν πολλοστημορίων, ἤτοι τῶν κλασμάτων τῶν μικροτέρων τῆς μονάδος καὶ ἐχόντων 1 ὡς ἀριθμητὴν τοὺς μικροτέ-ρους δὲ τῶν παρονομαστῶν, ἦσαν

ἡμισυ, $\frac{1}{2}$, τρίτον ἢ τριτημόριον, $\frac{1}{3}$, τέταρτον ἢ τε-ταρτημόριον, $\frac{1}{4}$, πέμπτον ἢ πεμπτημόριον, $\frac{1}{5}$, ἕκτον ἢ ἐκτημόριον, $\frac{1}{6}$, ἑβδομον ἢ ἐπταμόριον, $\frac{1}{7}$, ὀγδοον, $\frac{1}{8}$, ἔννατον, $\frac{1}{9}$, δέκατον, $\frac{1}{10}$, κτλ.

¹Εξαίρεται τοῦ κλάσματος $\frac{1}{2}$, ὅπερ οἱ Ἕλληνες παρίστανον διὰ τοῦ

ζ ἢ ζ' , τὰ κλάσματα τὰ ἔχοντα ἀριθμητὴν 1 παρίσταντο διὰ τοῦ ἐλ-ληνικοῦ ἀλφαθητικοῦ συμβόλου τοῦ παρονομαστοῦ, φέροντος πρὸς τὰ ἄνω καὶ δεξιὰ τόνον (ὀξεῖαν). Οὕτω τὸ κλάσμα $\frac{1}{5}$ παρίστατο διὰ τοῦ ϵ , τὸ $\frac{1}{6}$ διὰ τοῦ ζ' , κτλ. Ὅσάκις δὲ ὁ ἀριθμητὴς, μικρότερος ὢν τοῦ παρο-νομαστοῦ, ἦτο μεγαλειότερος τῆς μονάδος, ἀπῆγγελλον τὸν ἀριθμητὴν τοῦτον πρὸ τοῦ πολλοστημορίου, οὕτω: δύο τριτημόρια, τρία ἐπτα-μόρια, κτλ.

Πρὸς παράστασιν τῶν κλασμάτων τούτων, ἐγράφετο τὸ σύμβολον τοῦ παρονομαστοῦ φέρον ὀξεῖαν πρὸς τὰ δεξιὰ ὑπεράνω τοῦ συμβόλου τοῦ ἀριθμητοῦ φέροντος ἄνωθεν ὀριζόντιον γραμμὴν, ἡ ἀπλῶς τὸ σύμβολον τοῦ παρονομαστοῦ ἐγράφετο ὑπεράνω τοῦ συμβόλου τοῦ ἀριθμητοῦ. Οὕτω $\frac{1}{6}$ ἢ $\frac{1}{6}$ παριστᾷ τὸ κλάσμα $\frac{9}{11}$. Συνηθέστερον ἐχωρίζετο τὸ κλά-εις δύο ἢ περισσότερα κλάσματα ἔχοντα ἀριθμητὴν 1. Οὕτω τὸ κλάσμα $\frac{33}{64}$ παρίστατο διὰ τοῦ $\zeta, \xi\delta'$ ($= \frac{1}{2} + \frac{1}{64}$). Ἐνίοτε ἡ τοιαύτη ἀποσύν-θεσις κατωρθοῦτο διὰ προσεγγίσεως μικρῶν τινὸς πολλοστοῦ. Οὕτως ὁ Εὐτόχιος ἀποσυντίθησι τὸ $\frac{15}{64}$ εἰς $\frac{1}{6}$ καὶ $\frac{1}{15}$, παριστάμενα διὰ τοῦ ζ' , $\epsilon\epsilon'$, κατ' ἑλλειψιν $\frac{1}{960}$. Τῷ ὄντι

$$\frac{15}{64} - \frac{7}{30} \left(= \frac{1}{6} + \frac{1}{15} \right) = \frac{225}{960} - \frac{224}{960} = \frac{1}{960}.$$

Προκειμένου περὶ κλασμάτων, ὧν ὁ ἀριθμητὴς εἶνε μεγαλειότερος τοῦ παρονομαστοῦ, ταῦτα παρίστανον οἱ Ἕλληνες ἢ ὡς τὰ λοιπὰ κλά-σματα ἢ καὶ διὰ προσγραφῆς, εἰς τὸ σύμβολον τὸ παριστᾷ τὴν μονάδα ἢ τὰς μονάδας τὰς περιεχομένας ἐν τῷ κλασματικῷ ἀριθμῷ, τοῦ συμ-βόλου τοῦ ἐπὶ πλέον περιεχομένου γνησίου κλάσματος. Οὕτω τὸ κλάσμα $\frac{4}{3}$ παρίσταται ὡς γ ἢ καὶ $\alpha\gamma'$ · τὸ δὲ κλάσμα $\frac{7}{2}$ ὡς β ἢ καὶ $\gamma\zeta$. Ἄλλ' ἐν τῇ ἐκφωνήσει διὰ τινος κλασματικοῦ ἀριθμοῦ μέζονας τῆς μονάδος ὑπῆρχον εἰδικαὶ ἐκφράσεις αἱ ἐξῆς.

Ὁ Νικόμαχος καὶ ὁ Βοέτιος καλοῦσιν ἀριθμοὺς ἐπιμερεῖς (superartientes numeri) τοὺς ἀριθμητὰς ἐν οἷς οἱ παρονομασταὶ πε-ριέχονται ἅπασι πλέον κλάσμα τι οἰονδήποτε. Ὅσάκις τὸ ἐπὶ πλέον κλά-σμα ἔχη ἀριθμητὴν 1, καλοῦσιν ἐπιμορίους (superparticulares) τοὺς ἀριθμητὰς τῶν ἀρχικῶν κλασμάτων, ὑπάρχουσι δὲ τότε ἴδια ὀνό-ματα πρὸς παράστασιν τῶν ἐν τοῖς κλάσμασι τούτοις λόγων τῶν ἀριθ-μητῶν πρὸς τοὺς παρονομαστὰς. Τοιαῦτα ὀνόματα εἶνε τὰ ἐξῆς :

ἡμιόλιος (ὅλον καὶ ἡμισυ), sesquialter, $1 \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,
ἐπίτριτος (τρίτον, ἐπὶ=πλέον), sesquiertius, $1 \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$,
ἐπόγδοος (ὀγδοον, ἐπὶ), sesquioctavus, $1 \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$,
ἐπιδέκατος (δέκατον, ἐπὶ), $1 \frac{1}{10} = \frac{11}{10}$.

Τὰ ὀδδέτερα τῶν ἐπιθέτων τούτων παριστᾷ τὴν ἄξιν τοῦ κλα-σματικοῦ ἀριθμοῦ : Τὸ ἡμιόλιον $\frac{3}{2}$, τὸ ἐπίτριτον, $\frac{4}{3}$, τὸ ἐπόγδοον, $\frac{9}{8}$, τὸ ἐπιδέκατον, $\frac{11}{10}$.

Οἱ Ἕλληνες ἔχουσιν ἰδίας ἐκφράσεις πρὸς παράστασιν ἐνίων κλα-σματικῶν ἀριθμῶν, ἐν οἷς περιέχονται πολλοὶ ἀκεραῖοι πλέον κλάσμα τι ἔχον ἀριθμητὴν 1. Οὕτω, π. γ., λέγουσιν : ἡμισυ τρίτον ἢ ἡμι-σύτριτον ($= \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, μετὰ δύο ἀκεραίας μονάδας), $1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, ἡμισυ τέταρτον ἢ ἡμισυ τέταρτον ($= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, μετὰ τρεῖς ἀκεραίας μονάδας), $1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$, ἑβδομον ἡμιτάλαν-τον ($= \frac{1}{2}$ ἡμιτάλαντον, 7^{ον}, μετὰ 6 τάλαντα), 6 τάλαντα $\frac{1}{2}$.

Ὑπὸ τῶν Ἑλλήνων ἐκαλεῖτο τετράγωνος (ἀριθμὸς) ἡ 2^α δύ-ναμις τοῦ ἀριθμοῦ, καὶ κύβος ἡ 3^α δύναμις, ἀλλ' ἐνίοτε ἡ 2^α δύναμις ἐκαλεῖτο ἀπλῶς δύναμις, καὶ τὸ βῆμα δύνασθαι, μετὰ τοῦ ὀνό-ματος τοῦ ἀριθμοῦ ὡς ἀντικειμένου, ἐσήμαινε ἔχειν τὸν ἀριθμὸν τοῦτον τετράγωνον, ὡς τοῦτο ἀπαντᾷ παρὰ Πλάτωνι. Οὕτω διὰ τὰ σημάωναι τὴν ἰσότητα $2^2 = 4$, ἀντὶ νὰ μεταχειρισθῶσι τὸν ὅρον τετράγωνος, ἔλεγον ἐνίοτε, ἡ : τὰ δύο δυνάμει ἐστὶ τέτ-ταρα, ἡ : κατὰ δυνάμειν ἐστὶ τέτταρα, ἡ καὶ : τὰ δύο δύνανται τέτταρα· ἐπίσης διὰ νὰ ἐκφράσωσι τὴν σχέσιν $3^2 + 4^2$

$=5^2$, ἡδύναντο νὰ εἴπωσι: ἡ δὲ πέντε ἴσον δύναται τοῖς τρισὶ καὶ τοῖς τέτταρσι. Διὰ τοῦτο, κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἀριθμητικῶν τούτων ἐκφράσεων εἰς τὴν γεωμετρίαν, ἔλεγον διμυλόντες περὶ τῆς ὀρθῆς γωνίας ὀρθογωνίου τριγώνου, ὅσον τοῦ ἔχοντος τὰς πλευρὰς κατὰ τὸν λόγον 3 : 4 : 5, ὅτι ἡ ὑποτείνουσα τὴν γωνίαν ταύτην πλευρὰ ἴσον δύναται ταῖς περιεχούσαις. (Παρ' Εὐκλείδῃ γραμμὴ τις δύναται τετράγωνόν τι, ὅταν λαμβάνεται ὡς πλευρὰ τοῦ τετραγώνου τούτου).

Περὶ ἀλγεβρας πρακτικῆς βέβαιον εἶνε ὅτι οἱ Ἕλληνες ἠγνόουν ἐκείνην ἐν ἣ καὶ αὐτὰ τὰ γνωστὰ ποσὰ παρίστανται διὰ γραμμάτων λαμβανομένων αὐθαριέτως, ἀλλ' ἐγίνωσκον τὴν ἀλγεβραν ἐν ἣ μόνον τὰ ἄγνωστα ποσὰ παρίστανται οὕτως. Καὶ δὲ εἶχον μὲν ἴδιον ὄνομα πρὸς διάκρισιν τοῦ μέρους τούτου τῆς ἀριθμητικῆς, ἀλλ' ὁ Διόφαντος, ὁ ἐξ Ἀλεξανδρείας μαθηματικός, συνέταξεν ἀριθμητικὴν ἐκ 13 βιβλίων, ὧν σώζονται τὰ ἐξ ἑκτῶ, ἐν οἷς ἀναπτύσσεται ἀληθὲς σύστημα ἀλγεβρικῶν μεθόδων καὶ μάλιστα ἡ λύσις τῶν εξισώσεων, ὡς δὲ παρατηρεῖ ὁ Nesselman ἡ λογιστικὴ ἀπετέλει τὸ ὑποκείμενον τοῦ ἔργου του. Πλὴν τούτου, ἐπειδὴ ὁ Διόφαντος διδάσκει ἰδιαίτερος τὴν λύσιν τῶν ἀορίστων εξισώσεων, αἱ ἀποδείξεις αὐτοῦ συνάπτονται μᾶλλον πρὸς τὴν θεωρίαν τῶν ἀριθμῶν, καὶ ὁ συγγραφεὺς δικαίως μετεχειρίσθη τὸν ἐλληνικὸν ὅρον ἀριθμητικὴ τὸν σημαίνοντα τὴν θεωρίαν ταύτην.

Ἰσως δὲν θὰ εἶνε ἄσκοπον νὰ σημειωθῶσιν ἐνταῦθα οἱ ὅροι οὓς μετεχειρίσθη ὁ Διόφαντος εἰς τὸ εἰς τὴν ἀνάλυσιν ἀπριωμένον μέρος τοῦ ἔργου του. Σημεῖα τὸν ἄγνωστον διὰ τοῦ στίγμα φέροντος ἄνωθεν ὀξεῖαν, ζ' ἢ ζ'' , καὶ καλεῖ αὐτὸν ὀλογράφως ὁ ἀριθμός. Τὸ σύμβολον ζ διπλασιάζεται, $\zeta\zeta$, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τοῦ ἀγνώστου εἶναι μεγαλειότερος τῆς μονάδος. Τὸ τετράγωνον τοῦ ἀγνώστου καλεῖται δύναμις, ὅρος, ὅστις παρ' Εὐκλείδῃ ἐσημαίνειν ἦδη τὸ ἀριθμητικὸν τετράγωνον καὶ ὁπότεν τὸ σύμβολον εἶνε δ' ὁ κύβος τοῦ ἀγνώστου καλεῖται κύβος καὶ παρίσταται διὰ τοῦ χ . ἡ χ^2 δύναμις τοῦ ἀγνώστου καλεῖται δυναμοδύναμις, οἰοῦν τετράγωνον τοῦ τετραγώνου, καὶ παρίσταται διὰ τοῦ συμβόλου $\delta\delta$. ἡ χ^3 δύναμις δυναμοκύβος, οἰοῦν κύβος τοῦ τετραγώνου, $\delta\chi$. ἡ χ^4 δύναμις κυβόκυβος, κύβος τοῦ κύβου, $\chi\chi$. Ὁ Διόφαντος δὲν εἶχεν ἀνάγκην νὰ προβῇ περαιτέρω οὕτω τὸ ὄνομα δύναμις σημαίνει εἰδικώτερον τὸ τετράγωνον τοῦ ἀγνώστου, τὸ δὲ τετράγωνον ἀριθμοῦ γνωστοῦ ἔχει συνήθως τὸ ὄνομα τετράγωνος.

Ὁ πολλαπλασιασμός δὲν ἔχει ἴδιον σημεῖον: ἡ πράξις ἐκτελεῖται ὅταν εἶνε ἐκτελέσιμος: ἐν ἐναντίᾳ περιπτώσει ὁ συντελεστὴς τοῦ ἀγνώστου τίθεται ἀμέσως μετὰ τὸ σύμβολον ζ ἢ $\zeta\zeta$. οὕτω $\zeta\zeta\zeta$ σημαίνει $7\chi^2$, $\delta\chi$, χ^2 , κτλ. Τοῦτ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν: ἐὰν αὕτη δὲν ἐκτελεῖται ἀκριβῶς, τὸ πηλίκον ἀναγκάως λαμβάνεται καὶ ἐκφράζεται κλασματικῶς. Ἡ πρόθεσις σημαίνεται διὰ τῆς ἀπλῆς διαδοχῆς τῶν ἀριθμῶν, οἵτινες θὰ σχηματίσωσι τὰ ἄθροισμα τοῦ ἀριθμοῦ μόνον τῶν γνωστῶν μονάδων προηγείται τὸ σύμβολον μ , συντόμως ἐκφράζον τὴν λέξιν μονάς. Τέλος ἡ ἀφαίρεσις παρίσταται συμβολικῶς διὰ τοῦ ψ ἀντεστραμμένου ἢ ϕ , ἐκφράζοντος συντόμως τὸν ὅρον λεῖψις. Δοτικὴν τοῦ λεῖψις, σημαίνοντος ὅτι καὶ τὸ ἡμέτερον μεῖζον ἢ πλὴν. Ἡ λεῖψις ὅταν σημειῖται τὸν μικρότερον τῶν δύο ὁρῶν ἀφαιρέσεως τινος. Τὸ ἐπόμενον εἶνε ἀπόσπασμα τῆς ἀριθμητικῆς γλώσσας τοῦ Διοφάντους μετὰ τῆς μεταφράσεως αὐτοῦ διὰ τῶν νεωτέρων συμβόλων:

$$\delta\delta\chi^4 + \delta\chi^2 + 1 = 4\chi^3 - 12\chi$$

Ἐνταῦθα παρατηρεῖται ὅτι ἅπαντες οἱ ὅροι οἱ ἀποτελοῦντες τὸ θετικὸν μέρος (ἢ παρξίς) συνεννοῦνται εἰς τὸ πρῶτον μέρος τῆς παραστάσεως: κατὰ συνέπειαν οἱ ἀντιθετικοὶ ὅροι ἀποτελοῦσι δεύτερον ἀφαιρητικὸν σύμπλεγμα (ἢ εἰψίς), χωριζόμενον τοῦ πρώτου διὰ τοῦ ἀντεστραμμένου ψ καὶ ἐπαναλαμβανομένου ἀλλ' ἐξυπονοουμένου πρὸ ἐκάστου τῶν μερῶν τούτου.

Διὰ τῶν ἀνωτέρω σημειωθέντων ὀνομάτων, δύναμις, κύβος, κλ., ἐσχημάτισαν τακτικὰ ἐπιθέτα τιθέμενα ἀντὶ οὐσιαστικῶν πρὸς παράστασιν τῶν παρονομαστῶν: τοιοῦτοι εἶνε οἱ ὅροι: τὸ δυναμοστόν, τὸ κυβόστον, τὸ δυναμοδυναμοστόν, τὸ δυναμοκυ-

βόστον καὶ τέλος τὸ κυβόκυβόστον. Ὁ οὕτω παριστώμενος ἄγνωστος εἶνε ὁ παρονομαστὴς κλάσματος ἔχοντος ἀριθμητὴν τοὺς ἐπομένους αὐτῷ γνωστοὺς ἀριθμούς: οὕτως: ἀριθμοστόν α . ἂβ σημαίνει τὴν παράστασιν $1 \frac{1}{\alpha}$.

Ὁ Διόφαντος συντέμνει ἐπίσης καὶ κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον:

$$\mu^o \theta \psi \zeta'' \alpha \zeta'' \alpha = \frac{\eta - \chi}{\chi}$$

Ὅταν αἱ πράξεις εἶνε συνθετώτεραι, δὲν τίθεται ὁ παρονομαστὴς ὀλίγον ὑπεράνω τοῦ ἀριθμητοῦ, ἀλλ' ἀπλῶς κατὰ συνέχειαν ἐκείνου, χωριζόμενου τοῦ ἐνὸς ἀπὸ τοῦ ἐτέρου διὰ τῶν λέξεων ἐν μορίῳ ἢ μορίον. Οὕτω:

$$\delta\chi^2 \alpha \zeta'' \alpha \mu^o \eta \muορίου \delta\chi^2 \alpha \zeta'' \alpha = \frac{\chi^2 + \chi^8}{\chi^2 + \chi}$$

Ἡ Ἕλληνες ἐστεροῦντο σημείου πρὸς παράστασιν τῆς ἰσότητος, ἥτοι πρὸς σύνδεσιν τῶν δύο μελῶν αὐτῆς (μέρη, ἰσώσεις), ἐξέφραζον δὲ ταύτην ἀπλῶς καὶ καθαρῶς διὰ τῆς λέξεως ἴσος.

H. Γ. ΒΑΣΣΑΜΑΚΗΣ.

ΝΑΥΤΙΚΗ ΤΕΧΝΗ

ΤΟ ΝΑΥΤΙΚΟΝ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΩΝ

κατὰ τὸν Βίκτωρα Βέτον.

Ἐν τῷ ἄρχῳ καὶ περισπούδαστῳ συγγράμματι τοῦ Βέτση, ὅπερ πρὸ ὀλίγου χρόνου ἐξεδόθη ἐν Πάρισσι περὶ τοῦ ναυτικοῦ τῶν ἀρχαίων ἐκεῖνο τὸ ὅποιον θέλει, καὶ ὅταν εἴη ὁ ἀναγνώστης δὲν ἀσπάζεται κατ' ὀλοκληρίαν τὰ ὑπὸ τοῦ συγγραφέως γραφόμενα, εἶναι πρῶτον ὁ τρόπος τῆς ἀφηγήσεως, τὸ σύστημα τῆς συνθέσεως, ἡ εἰλικρίνεια καὶ ἡ προφανὴς καλὴ αὐτοῦ πίστις. Πέραντα ὅμως παρατηρεῖται σοβαρὰ ἰδιοτροπία, αὐστηρῶς τηρουμένη καὶ μεγίστην ἔχουσα τὴν σημασίαν, τὸ ν' ἀνάγῃ δηλ. τὰ πάντα εἰς τὴν ἐπιστήμην, εἰς τὴν διὰ τῶν αἰώνων πρόδοον, εἰς τὰς κατακτήσεις αὐτῆς, εἰς τὸ πρόσωπον. Ὅπερ διαδραματίζει ἐν τοῖς μεγάλοις στρατιωτικοῖς γεγονόσι καὶ ὅπερ ἀπατελεῖ ἀσφαλῆ συντελεστὴν ἐπιτυχίας. Ὁ κ. Βέτσης ἀρμόδιως παρέστησε πολλὰς διαστίμους καὶ μυθικάς ἡμέρας, ἃς τὸ παρελθὸν ἡμῖν ἐκληροδότησε πρὸς ἐξίμνησιν ἀνδρῶς ἢ πρὸς τιμὴν ἐνός τινος λαοῦ. Πανταχοῦ δὲ καὶ πάντοτε ἐκεῖνο τὸ ὅποιον καθοδηγεῖ, βασανίζει ἢ ἐπασχολεῖ τὸν συγγραφέα εἶναι ἡ διρεμνήσις τοῦ ἐπιστημονικοῦ δεδομένου. Ἐντεῦθεν πηγάζει σοβαρὰ ὑπ' αὐτοῦ μελέτη τῶν ἐν πολέμῳ λαῶν, τῶν ἰθῶν, τῶν πύρων, τοῦ ὀπλισμοῦ καὶ τῆς διοικήσεως αὐτῶν ὡς καὶ ἄλλη αὐστηρότερα περὶ τῶν θαλασσῶν, ἐν αἷς ἐπύλθον ναυμαχίαι.

Πάντοτε σχεδὸν ὁ συγγραφεὺς ἐπιτυγχάνει ἐν ταῖς ἐρευναῖς αὐτοῦ, πάντοτε σχεδὸν δύναται νὰ καταδείξῃ ὅτι αἱ ἐπιστημονικαὶ αἰτίαι ἀφθόνως ἐπαρκοῦσιν εἰς δικαιολογίαν τοῦ κυριωτέρου συμβεβηκότος. Τὸ ἔργον τοῦ κ. Βέτση εἶναι τὸ νέον σύστημα ἱστορικῶν σπουδῶν, ὅπερ ἐφίρμωσεν ὁ κ. Βιάλ διὰ τὰς «Νεωτέρας ἐκστρατείας» μεγάλως ὅμως ἀνεπτυγμένον καὶ περιοζόμενον αὐστηρῶς ἐν ἔργῳ ὅλως ναυτικῷ.

Ὁ κ. Βέτσης ἐκ τοῦ πληθύνοντος ἐξετάζει τὰς περιπτώσεις ἐκείνας ἡμέρας, αἵτινες φέρουσι τὸ ὄνομα τῆς Σαλαμίνος, τοῦ Ἀκτίου, τῆς Ναυπάκτου ὡς καὶ πλείστας ἄλλας, ἀπογυμνῶν δ' αὐτάς τοῦ μυθώδους αὐτῆς πέπλου, παρουσιάζει ἡμῖν ταύτας ὡς φυσικόν, λογικὸν καὶ μαθηματικὸν ἀποτέλεσμα. Ὁ κ. Βέτσης εἶναι ἐξ ἐκείνων τῶν ὁποίους ἐσωτερικὴ τις πεποιθήσις καθοδηγεῖ, ἐνθαρρύνει καὶ ὑποστηρίζει. Ἀποκρούει ἐκεῖνο τὸ ὅποιον ὡς ἐκ συνθήματος, οὕτως εἰπεῖν, ἀποκαλοῦσι τύχην τῶν μαχῶν, οὐδὲ πιστεύει ποσῶς εἰς τὸ τυχαῖον τοῦτο. Φρονεῖ ὅτι ἡ ἐπιτυχία ὀφείλεται κανονικῶς εἰς πολλὰς ἐπιστημονικὰς αἰτίας, ὥστε μετ' ἐπιμελείας καὶ ἐπιμόνης ἐν ἀνάγκῃ ν' ἀναζητήσῃ τις καὶ αἰτίας ἐπὶ τέλους μετὰ βεβαιότητος θ' ἀνακαλύψῃ. Τοῦτο δύναται νὰ φαί-